

**Автономная некоммерческая организация
профессионального образования
«ПЕРМСКИЙ ГУМАНИТАРНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ»
(АНО ПО «ПГТК»)**

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

по учебному предмету

ОУП.04 Математика

для студентов специальности

09.02.03 Программирование в компьютерных системах

(код и наименование специальности)

Квалификация выпускника

Техник-программист

(базовая подготовка)

Форма обучения

Очная

Пермь 2020

Методические рекомендации по изучению учебного предмета (углубленный) ОУП.04 Математика предназначены для студентов и преподавателей АНО ПО «ПГТК». Методические указания определяют ориентиры и способствуют более обстоятельному усвоению программного материала, организации самостоятельного процесса изучения учебного предмета обучающимися по специальности СПО.

Данные методические рекомендации помогут организовать самостоятельную деятельность студентов на основе деятельного и компетентного подходов к обучению, что соответствует ФГОС СПО по специальности 09.02.03 Программирование в компьютерных системах.

Автор-составитель: Долганова Я.А., ст. преподаватель

Утверждено на заседании кафедры математических и естественно-научных дисциплин, протокол № 6 от «17» января 2020 г.

Рекомендованы к утверждению педагогическим советом АНО ПО «ПГТК» (протокол от «21» февраля 2020 г. № 3).

Оглавление

Пояснительная записка	4
Перечень практических работ по дисциплине «Математика».....	5
ПЗ №1 «Развитие понятия о числе».....	6
ПЗ № 2 «Корни, степени и логарифмы».....	7
ПЗ № 3 «Логарифмические , показательные функции»	8
ПЗ № 4 «Уравнения и неравенства»	9
ПЗ № 5 «Функции, их свойства и графики»	10
Контрольная работа №1 по разделу «Алгебра»	11
ПЗ № 6 «Исследование функции с помощью производной»	13
ПЗ № 7 «Начала математического анализа»	14
Контрольная работа № 2 «Прямые и плоскости в пространстве».....	16
ПЗ № 9 «Элементы комбинаторики».....	18
ПЗ № 10. «Тригонометрические тождества»	20
ПЗ № 12 «Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства»	21
Контрольная работа № 3 по разделу «Основы тригонометрии»	22
ПЗ №13 «Различные виды многогранников. Площадь поверхности»	23
ПЗ № 14 «Различные виды тел вращения. Площадь поверхности»	24
Контрольная работа № 4 «Измерения в геометрии».....	24
ПЗ № 15 «Классическое определение вероятности»	26
ПЗ № 16 « Представление числовых данных»	28
ПЗ № 17 « Действия с векторами , заданными координатами».....	29
ПЗ № 18 « Действия с векторами , заданными координатами».....	29
ПЗ № 19 « Скалярное произведение векторов».....	30
Контрольная работа № 5 « Координаты и вектора»	31
ПЗ № 20 « Применение интегралов к вычислению физических величин и	33
Контрольная работа № 6 « Начала математического анализа»	33
Контрольная работа № 7 « Уравнения и неравенства».....	35

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания по дисциплине «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» раздел для выполнения практических работ созданы Вам в помощь для работы на занятиях, подготовки к ним, правильного составления проектов документов.

Наличие положительной оценки по практическим работам необходимо для получения допуска к экзамену, поэтому в случае отсутствия на уроке по любой причине или получения неудовлетворительной оценки за практическую работу Вы должны найти время для ее выполнения или пересдачи.

Внимание! Если в процессе подготовки к практическим работам или при решении задач у Вас возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся, необходимо обратиться к преподавателю для получения разъяснений или указаний.

При выполнении работы необходимо придерживаться указанных ниже правил:

1. Практическая работа должна быть выполнена обучающимся в отдельной ученической тетради.
2. Условия задач переписываются полностью, без сокращения слов, после чего приводится их подробное решение. В конце решения приводится ответ.
3. Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения практической работы:

Оценка	Количество баллов
«3» удовлетворительно	при решении заданий обязательной части
«4» хорошо	при решении задания из дополнительной части «4»
«5» отлично	при решении заданий из дополнительной части «5»

ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИКА»

	Содержание учебного материала	Количество часов
1.	Практическое занятие. «Развитие понятия о числе»	2
2.	Практическое занятие Корни, степени и логарифмы	2
3.	Практическое занятие. Логарифмические, показательные функции.	2
4.	Практическое занятие. Уравнения и неравенства.	2
5.	Практическое занятие. Функции, их свойства и графики.	2
6.	Контрольная работа по разделу «Алгебра»	2
7.	Практическое занятие Исследование функции с помощью производной.	2
8.	Практическое занятие «Начала математического анализа»	2
9.	Практическое занятие Прямые и плоскости в пространстве	2
10.	Контрольная работа по теме «Прямые и плоскости в пространстве»	2
11.	Практическое занятие Элементы комбинаторики.	2
12.	Практическое занятие. Тригонометрические тождества.	2
13.	Практическое занятие. Тригонометрические функции.	2
14.	Практическое занятие Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства.	2
15.	Контрольная работа по теме «Основы тригонометрии»	2
16.	Практическое занятие. Различные виды многогранников. Площадь поверхности.	2
17.	Практическое занятие. Различные виды тел вращения. Площадь поверхности.	2
18.	Контрольная работа по теме «Многогранники. Тела вращения»	2
19.	Практическое занятие Классическое определение вероятности.	2
20.	Практическое занятие Представление числовых данных.	2
21.	Практическое занятие Действия с векторами,	2

	заданными координатами.	
22.	Практическое занятие Действия с векторами, заданными координатами.	2
23.	Практическое занятие Скалярное произведение векторов.	2
24.	Контрольная работа по теме «Координаты и вектора»	2
25.	Практическое занятие Применение производной и интегралов.	2
26.	Контрольная работа «Начала математического анализа»	2
27.	Практическое занятие Применение математических методов для решения содержательных задач.	2
28.	Контрольная работа «Уравнения и неравенства»	2
Итого		56

ПЗ №1 «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ О ЧИСЛЕ»

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Вычислите сумму $a = \sqrt{3} + \sqrt{7}$, взяв приближенные значения корней с точностью до 0,001. Найдите εa .

2. Найдите действительные числа x и y из условия равенства двух комплексных чисел: $9 + 2ix + 4iy = 10i + 5x - 6y$;

3. Решите двучленные уравнения: 1) $x^3 - 8 = 0$; 2) $27x^3 + 1 = 0$;

4. Дано $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = 3 + i$, $z_3 = -7i$.

Вычислить:

a) $z_1 z_2$

b) $z_1 + z_2 z_3$

c) $z_1 + (z_2)^2 + (z_3)^3$

d) $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_3}$

5. Изобразить на плоскости заданные комплексные числа.

a) $z_1 = 2 - i$

b) $z_2 = 1 + 3i$

c) $z = \sqrt{3} + i$

- d) $z=1-i$
- e) $z=-1$
- f) $z=1+i$
- g) $z=-1-2i$
- h) $z=5+i$
- i) $z=3i+4$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

6. Решите двучленные уравнения: 1) $8x^3 - 27 = 0$; 2) $x^3 + 125 = 0$;

7. Выполните действия:

- a) $(3 + 5i) + (7 - 2i)$
- b) $(2 + 3i)(5 - 7i)$
- c) $(2 + 3i)^2$
- d) $(5 + 3i)/(5 - 3i)$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

8. Выполните действия над мнимой единицей:

- a) $i^{66}; i^{143}; i^{216}; i^{137}$
- b) $i^{43} + i^{48} + i^{44} + i^{45}$
- c) $(i^{36} + i^{17})i^{23}$.
- d) $(i^{133} + i^{115} + i^{200} + i^{142})(i^{17} + i^{36})$.

ПЗ № 2 «КОРНИ, СТЕПЕНИ И ЛОГАРИФМЫ»

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Вычислить: 1) $3^{\sqrt{45}} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{20}} - \left(\left(\frac{1}{4}\right)^2\right)^{-0,25} \cdot 36^{\frac{1}{2}} \cdot 0,1^{-1} =$

2) $6^{-\sqrt{8}} \cdot 6^{\sqrt{18}} - (-5)^0 \cdot (4\sqrt{2})^2 + \sqrt[3]{0,00032}$

2. Выполнить указанные действия, перейдя к степени с рациональным

показателем: $\sqrt{5\sqrt{5}} : \left(\sqrt[3]{5\sqrt{5}} \cdot \sqrt[4]{5\sqrt{5}}\right)^{1/2}$.

3. Упростить: $\frac{7^{1,2} \cdot 7^{0,6}}{7^{0,8}}$

4. Вычислить: 1) $\log_3 6 + \log_3 \frac{3}{2}$; 2) $\log_2 15 - \log_2 \frac{15}{16}$;

$$3) \log_{125} 5 - \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{2} + \log_{2,5} 0,4 ; \quad 4) \log_4 \log_9 81; \quad 5) 4^{2-\log_4 3}; \quad 6)$$

$$9^{\log_3 6 + 1,5}$$

$$7) \frac{3 \log_7 2 - \log_7 24}{\log_7 3 + \log_7 9}$$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

$$5. \text{Найдите } x, \text{ если } \lg x = \frac{2 \log_{0,3} 4 + \log_{0,3} 0,5}{\log_{0,3} 6 - \log_{0,3} 12}$$

$$6. \text{Найдите значение выражения } \frac{a^4 \cdot a^{-8}}{a^{-2}} \text{ при } a = 9$$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

$$7. \text{Прологарифмируйте } x \text{ по основанию } 10: x = \frac{\sqrt{10 b \sqrt{100 b}}}{100 \sqrt{b}}$$

$$8. \text{Дано: } \log_7 2 = m. \text{ Найти: } \log_{49} m.$$

ПЗ № 3 «ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ, ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ»

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. В одной системе координат построить графики (цветными карандашами) следующих функций:

$$1) y = \log_3 x; \quad y = 3^x \qquad 2) y = \log_{\frac{1}{2}} x; \quad y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$2. \text{Решить графически уравнение: } 1) \left(\frac{1}{2}\right)^x + 1 = x^3 + 2 \qquad 2) \log_2 x = x + 1$$

3. Построить график функции и описать его свойства (единичный отрезок – 2 клетки):

$$1) y = \log_4 x + 1; \qquad 2) y = 3^x - 4; \qquad 3) y = \log_{\frac{1}{2}}(-x) + 2; \qquad 4)$$

$$y = 2^x + 1.$$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

4. Используя свойства логарифмической функции (свойства логарифмов), определите знак числа

1. $\log_2 3$

3. $\log_{0,34} 14,7$

2. $\log_{1,4} 0,72$

4. $\log_{0,29} 0,786$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

5. Решить графически уравнение:

1) $\left(\frac{1}{2}\right)^x - 1 = x^3$

2) $\log_2 x = -x^3 + 1$

3) $-x^3 = 3^x - 1$

4) $-x + 4 = \log_2 x$

ПЗ № 4 «УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА»**ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»**

1. Решить уравнения, неравенства, системы уравнений

1) $0,2^{0,27-3x^2} < 1;$

8) $\log_{0,5}(2x-3) + 2 = -\log_{0,5}(x+2);$

2) $4^x + 2^{x+1} - 6 = 0;$

9) $x^{1-0,25\lg x} = 10$

3) $7^x - 7^{x-1} = 6$

10) $\log_2 x + \log_4(x+2) = 2;$

4) $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 5^x + 5^{x-1} + 5^{x-2};$

11)
$$\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 576 \\ \log_{\sqrt{2}}(y-x) = 4; \end{cases}$$

5) $23^{5x+3} = 19^{0,28};$

6) $\log_{0,25}(x+1) < -0,5;$

12)
$$\begin{cases} 3^y + x = 10 \\ y - \log_3 x = 2 \end{cases}$$

7) $\log_2^2 x - 2\log_2 x^2 > -3;$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

2. Решить уравнение и неравенство:

$$\log_4(2\log_3(1+\log_2(1+3\log_2 x))) = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{4}{9}\right)^{x-3} \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{x-3} > \sqrt{\frac{2}{3}}$$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

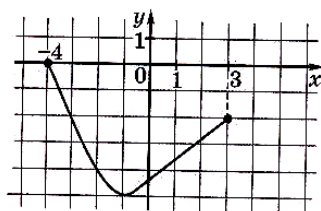
3. Решить систему:
$$\begin{cases} \log_2(x-y) = 1 \\ 2^x \cdot 3^{y+1} = 72 \end{cases}$$

ПЗ № 5 «ФУНКЦИИ, ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ»

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Функция $y = f(x)$ задана графиком на отрезке $[-4; 3]$. Укажите область её значений.

- 1) $(0; 2)$; 2) $[-5; 0]$; 3) $(-2; 0)$; 4) $[-4; -3]$.



2. Найти область определения функции $f(x) = \sqrt{5x - 25}$.

3. Исследовать на четность функцию $f(x) = -4x^4 + x^2$.

4. Построить график функции $y = x^2 - 4$.

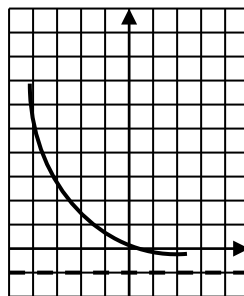
5. Изобразить график непрерывной функции $y = f(x)$, зная, что:

- а) $D(y) = [-1; 6]$;
- б) $E(y) = [-4; 3]$;
- в) $y > 0$ только на $(0; 3)$;
- г) y возрастает на $[-1; 2]$
 y убывает на $[2; 6]$.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

6. График какой из перечисленных функций изображен на рисунке?

- 1) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$ 2) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1$
3) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 1$ 4) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$



7. Найти область определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{25-x^2}}{x^2-3x}$.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

8. Найти $D(y)$ $y = \sqrt{\frac{x^2-2x-8}{x^2-4}}$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1 ПО РАЗДЕЛУ «АЛГЕБРА»

1-вариант

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Вычислите: $(3^{1/2} - 1,52):1,1 + (1^{1/4} - 1,842) * 1^{13/37}$
2. Обратите обыкновенную дробь в десятичную периодическую:
1) $3/11$; 2) $95/333$
3. Обратите чистые периодические десятичные дроби в обыкновенные:
1) $0,(72)$; 2) $0,(918)$
4. Вычислите относительную погрешность числа $\Pi = 3,14$, считая $\Pi = 3,1416$
5. Найдите сумму, разность, произведение комплексных чисел Z_1 и Z_2 , если
 $Z_1 = -3 + 5i$, $Z_2 = 4 - 7i$
6. Выполните действия и ответ запишите с помощью радикалов:
$$\frac{a^{-\frac{3}{2}} * b^{\frac{3}{4}} * c^0}{a^{-\frac{2}{3}} * b^{-\frac{4}{5}} * m}$$
7. Прологарифмируйте выражение: $A = 3a^2b^2\sqrt[3]{cy^{\frac{1}{3}}}$;
8. Решите уравнения: 1. $4^x + 2^{x+1} - 6 = 0$ 2. $\log_8 x = -\frac{2}{3}$
9. Построить график функции $y = x^2 + 4$.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

10. Решите неравенство: $\log_{0,25}(x+1) < -0,5$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

11. Решить систему:
$$\begin{cases} \log_2(x-y) = 1 \\ 2^x \cdot 3^{y+1} = 72 \end{cases}$$

2- вариант

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Вычислите: $(1\frac{3}{4} + 0,91):1,4 + (1\frac{1}{5} - 1,911) * 1\frac{21}{79}$

2. Обратите обыкновенную дробь в десятичную периодическую:

2) $\frac{13}{15}$; 2) $\frac{35}{111}$

3. Обратите чистые периодические десятичные дроби в обыкновенные:

1) 0,(42) ; 2) 0,(513)

4. Вычислите относительную погрешность числа $e = 2,71$, считая $e = 2,7182$

5. Найдите сумму, разность, произведение комплексных чисел Z_1 и Z_2 , если

$$Z_1 = -1 + 3i, \quad Z_2 = 4 + 5i$$

6. Выполните действия и ответ запишите с помощью радикалов:

$$\frac{a^{-\frac{5}{6}} * b^{-\frac{3}{4}} * c^0}{a^{-\frac{3}{2}} * b^{-\frac{4}{3}}}$$

7. Прологарифмируйте выражение: $A = 2m^3 a^2 y^{\frac{1}{5}} \sqrt[7]{c}$

8. Решите уравнения: 1. $7^x - 7^{x-1} = 6$ 2. $\log_4 x = -\frac{3}{2}$

9. Построить график функции $y = x^2 + 5$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

10. Решите неравенство: $\log_2^2 x - 2\log_2 x^2 > -3$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

11. Решить систему:
$$\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 576 \\ \log_{\sqrt{2}}(y - x) = 4 \end{cases}$$

ПЗ № 6 «ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ С ПОМОЩЬЮ ПРОИЗВОДНОЙ»

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Свойства функции $y = f(x)$ описаны в таблице. Изобразите схематически график функции, если она непрерывна на множестве действительных чисел.

x	$(-\infty; -3)$	-3	$(-3; -1)$	-1	$(-1; 0)$	0	$(0; 1)$	1	$(1; 3)$	3	$(3; 6]$
f'(x)	-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+
f(x)	↓	-6	↑	0	↓	-2	↑	0	↓	-4	↑
		min		max		min		max		min	

2. Дана функция $f(x) = -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x - 3$. Найдите её критические точки.

3. Найдите точки экстремума функции: $f(x) = 0,5x^4 - 2x^3$

4. Найдите промежутки убывания функции $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5$.

5. Найдите промежутки возрастания функции $f(x) = \frac{3x+2}{1-4x}$.

6. Исследуйте функцию $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 4$ на экстремум с помощью второй производной.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 3$ в заданных промежутках $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

8. Найдите промежутки выпуклости кривой $y = 2x^3 + 1$.

9. Найдите точки перегиба кривой $f(x) = x^3 - x$.

10. Исследуйте функцию и постройте её график: $f(x) = 4x^2 - x^4$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

11. Исследовать функцию с помощью производной $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

12. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \frac{1}{4}x^4 - 8x^2$ на $[-1; 2]$.

ПЗ № 7 «НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА»

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Вычислите предел функции: 1) $\lim_{x \rightarrow 2} (-2x + 3)$;
- 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 2x}{2x^2 - 5x}$ 3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9}$
2. Исследовать на непрерывность функцию $y = 2x^2 + 1$ в точке $x = 2$.
3. Для функций найдите $f'(x)$, пользуясь определением производной:
 - 1) $f(x) = 4 - 2x$ в точке $x_0 = 11$;
 - 2) $f(x) = 2x^2 - 3x + 4$ в точке $x_0 = -1$.
4. Найдите производную функции:
 - 1) $h(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^{-3} + \frac{1}{x^6}$;
 - 2) $g(x) = (3x^2 - 4)(2x^3 - 2x)$;
 - 3) $f(x) = \frac{5 - 4x}{2x - 3}$;
 - 4) $k(x) = (3x - 2)^{50}$;
 - 5) $\varphi(x) = 4x^4 \sqrt{x^3}$;
 - 6) $y(x) = 2 \sin(3x + \frac{\pi}{4})$;
 - 7) $\psi(x) = e^{3x} + \log_3 2x$;
5. Решите уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = \sin 5x \sin 3x + \cos 5x \cos 3x$.
6. Для функции $\varphi(x)$ найдите $\varphi'(1)$, если $\varphi(x) = (2x - 1)^{16}$.

7. Найдите все значения x , при которых $f'(x) > 0$, если $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2$.
8. К графику функции $f(x) = x^5 - 6x^3$ проведена касательная через точку с абсциссой $x_0 = 1$. Вычислите тангенс угла наклона этой касательной к оси абсцисс.
9. Напишите уравнение касательной к кривой $y = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 6$ в точке с абсциссой $x = 0$.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

10. Решить уравнение $f'(x) = 0$ и неравенства $f'(x) > 0$, $f'(x) < 0$:
 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

11. Построить график функции $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$.

ПЗ № 8 «Прямые и плоскости в пространстве»

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Каково взаимное расположение прямых m и k , если через них можно провести:

а) единственную плоскость; б) более одной плоскости?

Сделайте соответствующий чертеж.

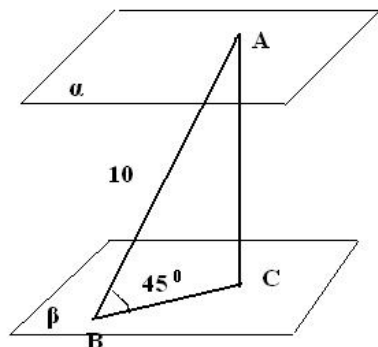
2. Параллелограмм ABCD и треугольник BCK расположены так, что точка K не лежит в плоскости ABC. Точка O – точка пересечения диагоналей ABCD. Найдите линию пересечения плоскостей: а) ADK и OCK; б) ACK и BDK.

3. Через концы отрезка AB и его середину F проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость в точках A_1 , B_1 , F_1 . Найдите длину отрезка BB_1 , если отрезок AB не пересекает плоскость и если $AA_1 = 6$ см, $FF_1 = 8$ см.

4. Параллельные плоскости α и β пересекают стороны угла ABC в точках A_1 , C_1 , A_2 , C_2 соответственно. Найдите длину отрезка A_1B , если $A_1C_1 : A_2C_2 = 3 : 5$, $BA_2 = 10$ см.

5. Найти:

- 1) расстояние между плоскостями;
- 2) длину проекции наклонной AB.



6. В перпендикулярных плоскостях α и β расположены (соответственно) точки A и B. К линии пересечения плоскостей проведены перпендикуляры AC и BD, причем $AC = 12$ см, $BD = 15$ см. Расстояние между точками C и D равно 16 см. Вычислите длину отрезка AB.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

7. Докажите, что все прямые, пересекающие две данные параллельные прямые, лежат в одной плоскости.

8. Найдите расстояние от середины отрезка AB до плоскости, считая, что отрезок AB пересекает плоскость, и расстояния от точек A и B до плоскости соответственно равны 3 см и 7 см.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

9. Через точку K, не лежащую между параллельными плоскостями α и β , проведены прямые l и m . Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая m – в точках B_1 и B_2 . Найдите длину отрезка A_2B_2 , если $KA_1 : A_1A_2 = 2 : 3$, $A_1B_1 = 8$ см.

10. Перекладина длиной 5 м своими концами лежит на двух вертикальных столбах высотой 3 м и 6 м. Каково расстояние между основаниями столбов?

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2 «ПРЯМЫЕ И ПЛОСКОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ»

1-вариант

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Назовите общую прямую плоскостей PBM и MAB.

2. Через вершины параллелограмма, лежащего в одной из двух параллельных плоскостей, проведены параллельные прямые, пересекающие вторую плоскость в точках $\hat{A}_1, \hat{A}_1, \tilde{N}_1, \check{A}_1$. Тогда $\hat{A}_1 \hat{A}_1 \tilde{N}_1 \check{A}_1$ представляет собой _____

3. Две скрещивающиеся прямые взаимно перпендикулярны. Чему равен угол между ними:

4. Прямая перпендикулярна к двум различным плоскостям, тогда плоскости _____

5. Прямая m перпендикулярна к прямым a и b , лежащим в плоскости α , но m не перпендикулярна плоскости α . Тогда прямые a и b _____

6. В пространстве даны три точки A, B, C , причем $AB=14$ см; $BC=16$ см; $AC=18$ см. Найдите площадь треугольника ABC .

7. KO - перпендикуляр к плоскости α . KM и KP - наклонные к ней. Длины проекций наклонных OM и OP в сумме равны 15 см. Найти расстояние от точки K до плоскости α , если $KM=15$ см, $KP=10\sqrt{3}$ см.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

8. Плоскость α пересекает стороны AB и BC треугольника ABC в точках D и E соответственно, причем AC параллельна плоскости α . Найдите AC , если $BD:AD=3:4$, $DE=10$.

9. Плоскости равностороннего треугольника ABC и квадрата $BCDE$ перпендикулярны. Найти расстояние от точки A до стороны DE . Если $AB=4$ см.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

10. Сторона ромба $MCDN$ равна 4 см, $MNKP$ - параллелограмм. Найдите периметр четырехугольника $CDKP$, если $NK=8$ см, $\angle CMP=60^\circ$.

11. $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$ - равнобедренные, $AC=BC=15$ см, $AB=18$ см, $\angle ADB=90^\circ$, $CD=6$ см. Найдите косинус угла между плоскостями ABC и ABD .

2-вариант

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Назовите общую прямую плоскостей AFD и DEF .

2. Через концы отрезка AB , не пересекающего плоскость α и точку C – его середину, проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α A_1, A_2, N_1 соответственно. Найдите N_1N_2 , если $A_1A_2=12$, $A_1A_1=6$.

3. Две прямые a и b параллельны, а прямые b и c перпендикулярны. Чему равен угол между a и c ?

4. Две различные плоскости перпендикулярны к некоторой прямой. Тогда эти плоскости:

5.Какое утверждение неверно:

- а) перпендикуляр и наклонная, выходящие из одной точки имеют разные длины;
- б) равные наклонные, проведенные из одной точки, имеют равные проекции;
- в) Из двух наклонных проведенных из одной точки больше та проекция, которой больше;
- г) Любая наклонная не больше своей проекции;

6.В пространстве даны три точки М, К, Р, причем

МК=13см;МР=14см;КР=15см.Найдите площадь треугольника МКР.

7. ВО - перпендикуляр к плоскости α . ВА и ВС - наклонные к ней. Длины проекций наклонных ОА и ОС в сумме равны 24см. Найти расстояние от точки В до плоскости α , если $AB=4\sqrt{6}$ см, $BC=12\sqrt{2}$ см.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

8.Плоскость β пересекает стороны МР и КР треугольника МРК соответственно в точках N и Е, причем сторона М К параллельна плоскости β , М К=12, М N: NP=3:5.Найдите N Е.

9.Плоскости равнобедренного треугольника АВС и квадрата ABDE перпендикулярны. Найти расстояние от точки С до стороны DE. Если $AB=6$ см, $\angle ABC= 90^0$.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

10.Сторона ромба CDEK равна 8 см, СКMN -параллелограмм. Найдите периметр четырехугольника DEMN, если КМ =6см, $\angle DCN=60^0$.

11. $\triangle CDK$ и $\triangle CKE$ - равнобедренные, $CD = DK = 25$ см, $CK = 14$ см, $\angle E = 90^0$, $DE = 23$ см. Найдите косинус угла между плоскостями CDK и CKE.

ПЗ № 9 «ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ»

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Сколько трехсловных предложений можно составить из слов: сегодня, дождь, идет?
2. В пассажирском поезде 15 вагонов. Сколькими способами можно распределить по вагонам 15 проводников, если за каждым закрепляют 1 вагон?
- 3.Сколько 5-тизначных чисел (без повторения цифр) можно составить из

чисел: 0,3,4,6; 8.

4. Найти число перестановок из трех элементов: 1,2,3.

5. Сколькими способами можно расставить на полке 6 различных книг:

6. Сколькими способами можно выстроить очередь в кассу, если хотят получить зарплату 6 человек?

7. В забеге участвуют 5 спортсменов. Сколькими способами можно предсказать распределение первых трех мест между ними ?

8. В классе изучают 7 предметов, в среду 4 урока, причем все разные. Сколькими способами можно составить расписание на среду?

9. В розыгрыше кубка страны по футболу участвуют 17 команд. Сколько существует способов распределения золотой, серебряной и бронзовой медалей ?

10. Найдите число размещений из трех элементов: 7, 4, 5 по два.

11. Из 10 студентов группы надо выбрать старосту, его заместителя и редактора газеты. Сколькими способами это можно сделать?

12. Из 10 рабочих необходимо выделить для поездки за границу 6 человек. Сколькими способами это можно сделать?

13. На тренировке занимаются 12 баскетболистов. Сколько может быть образовано тренером различных стартовых пятерок ?

14. При встрече 12 человек обменялись рукопожатиями. Сколько сделано рукопожатий?

15. В группе 20 человек. На дежурство в столовую надо назначит 4 дежурных. Сколькими способами это можно сделать ?

16. Найдите все сочетания из трех элементов: 7, 4, 5 по два элемента в каждом.

17. Найдите все сочетания из пяти элементов: A, B, C, D, E по три в каждом.

18. Сколькими способами можно выбрать из 6 человек комиссию, состоящую из трех человек?

19. Встретились 11 футболистов и 6 хоккеистов, и каждый стал по одному разу играть с каждым в шашки.

а) сколько встреч было между футболистами?

б) сколько встреч было между хоккеистами?

в) сколько встреч было между футболистами и хоккеистами?

г) сколько встреч было всего?

20. Встретились несколько человек и стали здороваться друг с другом. известно, что

рукопожатий было от 60 до 70. Сколько человек встретились, если известно, что:

а) каждый здоровался с каждым;

- б) только один человек не здоровался ни с кем;
 в) только двое не поздоровались между собой.

21. Вычислить используя Бином Ньютона: $1. (a - 4b)^5$ 2.
 $(3a + b)^6$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

22. В шахматном кружке занимаются 16 человек. Сколькими способами тренер может

выбрать из них для предстоящего турнира:

- а) команду из 4 человек;
 б) команду из четырех человек, указав при этом, кто из членов команды будет играть на первой, второй, третьей и четвертой досках?

23. Вычислите значение выражения: а) $5!$; б) $\frac{12!}{10!}$; в) $\frac{8!}{3! \cdot 5!}$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

24. Из 20 вопросов к экзамену Вова 12 вопросов выучил, 5 совсем не смотрел, а в

остальных что-то знает, а что-то нет. На экзамене в билете будет три вопроса.

- а) сколько существует вариантов билетов?
 б) сколько из них тех, в которых Вова знает все вопросы?
 в) сколько из них тех в которых есть вопросы всех трех типов?

ПЗ № 10. «ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ТОЖДЕСТВА»

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Выразите в градусах, радианах и изобразите данные углы на тригонометрической окружности:

$$\frac{\pi}{15} \quad -\frac{\pi}{8} \quad \frac{11\pi}{6} \quad -1,5\pi \quad 0,25\pi \quad 1^\circ \quad -15^\circ \quad 30^\circ \quad -45^\circ \quad 330^\circ.$$

2. Найдите значение выражения:

1. $2 \cos \frac{\pi}{3} + 2 \sin \frac{\pi}{6} - 2 \sin \frac{\pi}{4}$	2. $5 \sin 90^\circ + 2 \cos 0^\circ - 2 \sin 270^\circ + 10 \cos 180^\circ$
3. $\cos 2550^\circ$	4. $\sin(-4005^\circ)$
5. $\operatorname{tg} 3630^\circ$	6. $\operatorname{ctg}(-2130^\circ)$
7. $\cos 52^\circ \cos 22^\circ$	8. $2 \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{5\pi}{14}$

9. $\sin 49^\circ \cos 11^\circ + \cos 229^\circ \cos 101^\circ$ 10. $\cos 11^\circ \sin 236^\circ - \sin 214^\circ \sin 11^\circ$
 11. $\operatorname{tg} 15^\circ + \operatorname{tg} 75^\circ$ 12. $\sin^4 \frac{3\pi}{8} + \cos^4 \frac{3\pi}{8}$
 13. $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ 14. $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

3. Упростите выражение: 1) $\frac{\sin 5\gamma + \sin 3\gamma}{\sin 5\gamma - \sin 3\gamma}$; 2) $\frac{2\sin^2 \alpha - \sin \alpha}{\sin 2\alpha - \cos \alpha}$;

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

4. Преобразуйте выражение:

$$\frac{\sin 8\alpha + \sin 9\alpha + \sin 10\alpha + \sin 11\alpha}{\cos 8\alpha + \cos 9\alpha + \cos 10\alpha + \cos 11\alpha} \cdot \frac{\cos 8\alpha - \cos 9\alpha - \cos 10\alpha + \cos 11\alpha}{\sin 8\alpha - \sin 9\alpha - \sin 10\alpha + \sin 11\alpha}.$$

ПЗ №11 «Тригонометрические функции»

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Исследовать функцию и построить её график:

- 1) $y = 2 \cos x + 1$; 2) $y = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ 3) $y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ 4) $y = \operatorname{ctg} 2x + 2$
 5) $y = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

2. Найти область определения и область значения функции:

- 1) $y = 3 \cos 2x - 1$ 2) $y = 2 - \operatorname{ctg} 3x$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

3. Найти промежутки знакопостоянства и нули функции:

- 1) $y = -\sin 3x$ 2) $y = \operatorname{tg} \frac{2x}{3}$

ПЗ № 12 «ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА»

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Решите уравнения: 1) $\cos x = 0,5$ 2) $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}/3$

3) $6\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$ 4) $\sin 3x - \cos 3x = 0$

2. Решите неравенства с помощью тригонометрической единичной окружности.

- 1) $\sin x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2) $\cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ 3) $\operatorname{tg} x < \sqrt{3}$ 4) $\sin\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) < \frac{\sqrt{3}}{2}$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

3. Решите неравенство $\cos^2 x - \sin x \cdot \cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2}$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

4. Решите уравнение: $\sin 2x \sin 6x = \cos x \cos 3x$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3 ПО РАЗДЕЛУ «ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ»

Вариант №1

Вариант №2

1. Вычислите:

1) $\sin \frac{7\pi}{3}$, $\cos \left(-\frac{5\pi}{4}\right)$, $\operatorname{tg} \left(-\frac{13\pi}{6}\right)$, $\operatorname{ctg} 13,5\pi$;

1) $\cos \frac{5\pi}{6}$, $\sin \left(-\frac{7\pi}{4}\right)$, $\operatorname{tg} \frac{11\pi}{3}$, $\operatorname{ctg} (-3,5\pi)$;

2) $2 \sin 870^\circ + \sqrt{12} \cos 570^\circ - \operatorname{tg}^2 60^\circ$

2) $4 \cos 840^\circ - \sqrt{48} \sin 600^\circ + \operatorname{tg}^2 60^\circ$

2. Исследовать функцию и построить её график

1) $y = \cos \left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 2$

1) $y = \cos \left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2$

3. Решите уравнения

1) $\sin t = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

2) $\cos t = -\frac{1}{2}$

1) $\sin t = \frac{1}{2}$,

2) $\cos t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

4. Решите неравенства

1) $\sin t > -\frac{1}{2}$; 2) $\cos t < \frac{\sqrt{3}}{2}$

1) $\sin t < \frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $\cos t < -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Дополнительная часть на «4», «5»

5. Исследовать функцию и построить её график

$y = \sin \left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 1$

$y = \sin \left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1$

6. Решите уравнения

$$1) \sin f = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \quad 2) \cos f = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$1) \sin f = -1; \quad 2) \cos f = -1$$

7. Решите неравенства

$$1) \sin f > \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad 2) \cos f > \frac{1}{2}$$

$$1) \sin f > -\frac{\sqrt{2}}{2}; \quad 2) \cos f < \frac{1}{2}$$

ПЗ №13 «РАЗЛИЧНЫЕ ВИДЫ МНОГОГРАННИКОВ. ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ» ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

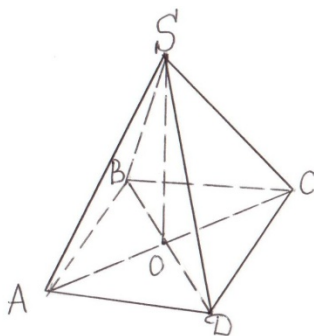
1. В наклонной призме расстояние между боковыми ребрами 37 см, 13 см и 40 см. Боковое ребро равно 5 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.
2. Найдите боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды, у которой сторона основания 8 см, а высота 10 см.
3. Стороны оснований правильной треугольной усеченной пирамиды равны 3 см и 9 см, площадь боковой поверхности 36 см². Найдите высоту усеченной пирамиды.
4. В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит параллелограмм со сторонами $4\sqrt{2}$ см и 6 см и углом B , равным 45° . Диагональ призмы $A_1 C$ образует с плоскостью основания угол в 60° . Найдите площадь боковой и полной поверхности призмы, объем.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

5. Высота правильного тетраэдра равна $\sqrt{6}$ см. Найдите площадь его поверхности.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

6. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ высота SO равна 8, боковое ребро $SC = 10$. Найдите диагональ BD .



**ПЗ № 14 «РАЗЛИЧНЫЕ ВИДЫ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ. ПЛОЩАДЬ
ПОВЕРХНОСТИ»
ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»**

1. Цилиндр имеет диаметр основания 12 см а высоту 6 см. Найдите объем и площадь полной поверхности цилиндра.
2. Длина образующей конуса равна $2\sqrt{3}$, а угол при вершине осевого сечения конуса равен 120° . Найдите площадь основания конуса.
3. Радиусы оснований усеченного конуса $r = 4$ см и $R = 8$ см, образующая наклонена к плоскости основания под углом 60° . Найдите объем и площадь полной поверхности.
4. Радиус шара равен 12 см. Через конец радиуса проведена плоскость под углом 45° к нему. Найдите площадь сечения.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

5. Цилиндр имеет диаметр основания 12 см а высоту 6 см. Найдите объем и площадь полной поверхности цилиндра.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

6. Шар касается сторон треугольника MKP, причем $MK = 4$ см, $MP = 5$ см, $KP = 7$ см. Центр шара – точка O – находится от плоскости треугольника MKP на расстоянии, равном $\frac{\sqrt{10}}{2}$ см. Найдите объем шара.

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4 «ИЗМЕРЕНИЯ В ГЕОМЕТРИИ»
1-вариант**

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Цилиндр имеет диаметр основания 12 см а высоту 6 см. Найдите объем и площадь полной поверхности цилиндра.
2. Длина образующей конуса равна $2\sqrt{3}$, а угол при вершине осевого

сечения конуса равен 120° . Найдите площадь основания конуса.

3. В наклонной призме расстояние между боковыми ребрами 37 см, 13 см и 40 см. Боковое ребро равно 5 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

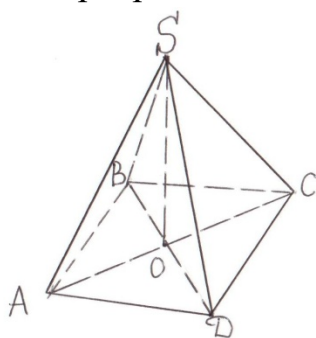
4. Найдите боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды, у которой сторона основания 8 см, а высота 10 см.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

5. Цилиндр имеет диаметр основания 12 см а высоту 6 см. Найдите объем и площадь полной поверхности цилиндра.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

6. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ высота SO равна 8, боковое ребро $SC = 12$. Найти диагональ BD .



2-вариант

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Стороны оснований правильной треугольной усеченной пирамиды равны 3 см и 9 см, площадь боковой поверхности 36 см^2 . Найдите высоту усеченной пирамиды.

2. В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит параллелограмм со сторонами $4\sqrt{2}$ см и 6 см и углом B, равным 45° . Диагональ призмы $A_1 C$ образует с плоскостью основания угол в 60° . Найти площадь боковой и полной поверхности призмы, объем.

3. Радиусы оснований усеченного конуса $r = 4$ см и $R = 8$ см, образующая наклонена к плоскости основания под углом 60° . Найдите объем и площадь полной поверхности.

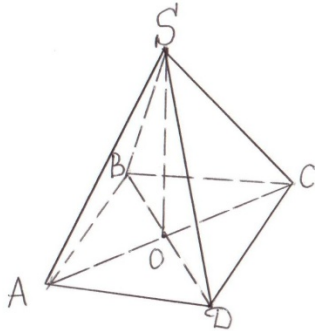
4. Радиус шара равен 12 см. Через конец радиуса проведена плоскость под углом 45° к нему. Найдите площадь сечения.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

5. Цилиндр имеет диаметр основания 14 см а высоту 8 см. Найдите объем и площадь полной поверхности цилиндра.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

6. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ высота SO равна 10, боковое ребро $SC = 12$. Найти диагональ BD .



ПЗ № 15 «КЛАССИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ» ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. В ящике четыре детали: две исправные детали a и b и две бракованные детали c и d . Из ящика наугад извлекают по одной детали, пока не обнаружат все бракованные. Элементарные события этого опыта будем записывать в виде последовательности букв. Например, $abcd$, cad и так далее.

а) Является ли $cdab$ элементарным событием в этом опыте?

б) Какими буквами может заканчиваться запись элементарного события?

в) Выпишите все элементарные события этого опыта.

г) Сколько различных элементарных событий записывается тремя буквами?

2. При подбрасывании монеты будем обозначать буквой O выпадение орла, и буквой P выпадение «решки».

а) Подбросим монету два раза. Появление двух орлов записывается как OO . Это одно из элементарных событий этого опыта. Выпишите все элементарные события этого опыта.

б) Подбросим монету три раза. Выпишите все элементарные события этого опыта.

в) Во сколько раз больше число элементарных событий при трех бросаниях монеты, чем при двух бросаниях монеты?

3. Случайный опыт может закончиться одним из трех элементарных событий: a , b или c . Чему равна вероятность элементарного события c , если

$$P(a) = 1/2, P(b) = 1/3?$$

4. Три первоклассника по очереди покупают воздушные шарик. Каждый из

них покупает шарик одного из двух цветов: зеленого (З) или синего (С). Выпишите элементарные события этого эксперимента. Считая, что все они равновозможны, найдите вероятность каждого из них.

5. Симметричную монету бросают трижды. Выпадение орла при каждом бросании обозначим через О, а выпадение решки — через Р. Выпишите элементарные события, благоприятствующие событию «выпал ровно один орел».

6. Иван Иванович отправился охотиться на медведей и зайцев и оценивает свои перспективы следующим образом:

— Один шанс из четырех за то, что попадется только заяц; один к десяти за то, что подстрелю только медведя; один к сорока, — что будет и медведь, и заяц. Найдите вероятность того, что не видать Ивану Ивановичу в качестве охотничьего трофея:

а) ни одного зайца; б) ни одного медведя; в) ни медведя, ни зайца.

7. В коробке лежат 24 одинаковые авторучки. Из них 13 красные, 5 зеленые, остальные — синие. Продавец наудачу достает одну авторучку. Найдите вероятности событий:

а) «извлеченная ручка красная»;

б) «извлеченная ручка не зеленая».

8. Могут ли быть противоположными события C и D , если

а) $P(C) = 0,12$; $P(D) = 0,78$; б) $P(C) = 0,14$; $P(D) = 0,86$.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

9. В двух коробках лежат карандаши одинаковой величины и формы, но разного цвета. В первой коробке 4 красных и 6 черных, а во второй 3 красных, 5 синих и 2 черных. Из обеих коробок вынимается наугад по одному карандашу. Какова вероятность того, что оба карандаша окажутся красными?

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

10. Бросают одну игральную кость. Событие A — «выпало четное число очков». Событие B состоит в том, что выпало число очков, кратное 3. Выпишите все элементарные события, благоприятствующие событию $A \cup B$. Найдите $P(A \cup B)$.

11. Известно, что $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,8$ и $P(A \cap B) = 0,2$. Докажите, что событие $A \cup B$ является достоверным.

ПЗ № 16 «ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЧИСЛОВЫХ ДАННЫХ»
ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. В сосуд с теплой водой погрузили 10 термометров. Термометры показали следующие результаты:

34,5°; 35,1°; 34,4°; 34,2°; 34,7°; 34,6°; 35,0°; 34,2°; 34,5°; 34,8°.

а) Чем может объясняться изменчивость в показаниях термометров? Назовите хотя бы две возможные причины.

б) Расположите полученные значения по возрастанию.

в) Найдите среднее значение температуры и размах полученного набора.

2. Пользуясь результатами задачи 1, составьте таблицу отклонений показаний термометров от среднего значения. Сколько показаний меньше, чем среднее? Сколько показаний больше, чем среднее?

3. Пользуясь результатами задачи 1. найдите медиану показаний термометров. Сколько показаний больше и сколько показаний меньше медианы?

4. Случайная величина принимает все нечетные значения от -3 до 5 с равными вероятностями. Найдите ее математическое ожидание.

5. В таблице дано распределение случайной величины X . Чему равно $E(X)$?

Значение	1	2	3	4	5	6	7	8
Вероятность	0,16	0,19	0,02	0,06	0,11	0,06	0,15	0,25

6. Игральную кость бросили 64 раза. Найдите математическое ожидание, дисперсию и стандартное отклонение случайной величины X , равной числу выпадения четного числа очков.

7. Случайная величина принимает все четные значения от -2 до 6 с равными вероятностями. Постройте таблицу распределения вероятностей этой случайной величины.

8. Пять человек выстраиваются в очередь случайным образом. Среди этих пятерых в очереди стоит Иван Иванович. Постройте распределение случайной величины «число людей в очереди, стоящих перед Иваном Ивановичем».

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

9. В таблице дано распределение некоторой случайной величины X . Найдите пропущенную вероятность.

Значение	1	2	3	4	5	6	7	8
Вероятность	0,16	0,2	0,03	0,05	0,12	0,07		0,24

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

10. Серию испытаний Бернулли проводят дважды. В первый раз вероятность успеха была равна $\frac{1}{2}$, а во второй раз вероятность успеха равнялась $\frac{1}{3}$

В обоих случаях случайная величина S — число наступивших успехов. В каком из случаев ожидаемый разброс величины S больше?

ПЗ № 17 «ДЕЙСТВИЯ С ВЕКТОРАМИ, ЗАДАННЫМИ КООРДИНАТАМИ» ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Упростите: а) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$; б) $3 \cdot (\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c}) - 2 \cdot (\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c})$
2. Даны четыре точки $A(2; 5; -3)$, $B(-2; 3; -4)$, $C(-6; 1; -5)$, $D(-2; -1; -4)$. Укажите среди векторов \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{DC} , \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{BD} равные векторы.
3. Выясните, компланарны ли векторы $\vec{a}\{1, -2, 0\}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$.
4. При каком значении (значениях) k векторы $\vec{a}(6-k; k; 2)$ и $\vec{b}(-3; 5+5k; -9)$ перпендикулярны?
5. В треугольнике ABC даны координаты вершин $A(-1; 2; 3)$, $B(2; -1; 0)$, $C(-4; 2; -3)$. Вычислите периметр треугольника.
6. Известны координаты вершин треугольника ABC : $A(2; -1; -3)$, $B(-3; 5; 2)$, $C(-2; 3; -5)$. BM — медиана треугольника ABC . Найдите длину BM .
7. Даны координаты точек $A(-3; 2; -1)$, $B(2; -1; -3)$, $C(1; -4; 3)$, $D(-1; 2; -2)$. Найдите $|2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CD}|$.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

8. Известны координаты вершин треугольника CDE : $C(-3; 4; 2)$, $D(1; -2; 5)$, $E(-1; -6; 4)$. DK — медиана треугольника. Найдите DK .

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

9. При параллельном переносе точка $A(-2; 3; 5)$ переходит в точку $A_1(1; -1; 2)$. Найдите сумму координат точки B_1 , в которую переходит при этом параллельном переносе точка $B(-4; -3; 1)$.

ПЗ № 18 «ДЕЙСТВИЯ С ВЕКТОРАМИ, ЗАДАННЫМИ КООРДИНАТАМИ» ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Найдите сумму векторов: $\vec{a}(4; 2; -4)$ и $\vec{b}(6; -4; 10)$.
2. Умножьте вектор $\vec{a}(4; 2; -1)$ на -3 :

3. Найдите разность векторов: $\vec{a}(6; -2; 2)$ и $\vec{b}(4; -7; 5)$.
4. Найдите координаты вектора \overrightarrow{AB} , если $A(2; -5; 3)$ и $B(5; 1; -2)$.
5. Найдите длину вектора \overrightarrow{AB} , если $A(-1; -1; 1)$ и $B(-3; 1; 0)$.
6. Найдите длину вектора $\vec{a}(4; -3; 7)$.
7. Даны точки А и В. Найти $\overrightarrow{AB}, |\overrightarrow{AB}|$: 1) А (3; 8; 1), В (0; 4; -2) 2) А (3; 2; -2), В (4; 0; 1)
8. Найдите длину отрезка CD и координаты его середины, если С (-2; 1; 5), D (4; 0; 6).
9. Дано: $A(2; 1; 4)$, $B(3; 0; -1)$, $C(1; -2; 0)$. Найдите: $2 \cdot \overrightarrow{AB} + 3 \cdot \overrightarrow{BC}$
10. Дано: $\vec{a}(2; 0; -3)$, $\vec{b}(5; -1; 2)$. Найдите: 1) $|3\vec{a} - \vec{b}|$; 2) $|2\vec{a} + 3\vec{b}|$.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

11. Даны векторы $\vec{a}(3; 1; -2)$, $\vec{b}(4; -1; -3)$. Найдите координаты вектора $3\vec{a} + 2\vec{b}$.
12. Найдите длину вектора $3\vec{a} + 2\vec{b}$, если $\vec{a}(2; 1; -5)$, $\vec{b}(-3; 0; 1)$.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

13. Из точки А построен вектор $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$. Найдите координаты точки В, если: $A(3; 1; -2)$, $\vec{a}(1; -3; 1)$.
14. Даны векторы $\overrightarrow{AB}(2; 3; 2)$ и $\overrightarrow{BC}(4; -1; 1)$. Найдите координаты и длину вектора \overrightarrow{AC} .

ПЗ № 19 «СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ» ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Найдите скалярное произведение векторов, если
 - 1) $\vec{a}(2; 8; -4)$, $\vec{b}(0; 1; -3)$.
 - 2) $\vec{a}(3; 5; 1)$; $\vec{b}(-2; 4; 6)$.
2. Найдите $\cos A$, если дан треугольник ABC, заданный координатами своих вершин: A(-6; 4; -2), B(0; -2; 8), C(8; -6; 2).
3. Даны координаты точек: С (3; -2; 1), D (-1; 2; 1), М (2; -3; 3), N (-1; -1; -2). Найдите косинус угла между векторами \overrightarrow{CD} и \overrightarrow{MN} .
4. Даны координаты точек: А (1; -1; -4), В (-3; -1; 0), С (-1; 2; 5), D (2; -3; 1). Найдите косинус угла между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{CD} .
5. В равностороннем треугольнике ABC со стороной, равной 6, найти скалярное произведение векторов: а) \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} ; б) \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{BC} .
6. Дано: прямоугольный параллелепипед ABCDA₁B₁C₁D₁; DA = 2; DC = 2;

$$DD_1 = 3.$$

Найти угол между прямыми CB_1 и D_1B .

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

7. Дано: куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка M принадлежит AA_1 , $AM : MA_1 = 3 : 1$; N – середина BC . Вычислить косинус угла между прям. MN и DD_1

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

8. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, в котором $AA_1 = 6$, а $AB = BC = 3$. Вычислите косинус угла между векторами $\overrightarrow{B_1 A}$ и $\overrightarrow{B_1 C}$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5 «КООРДИНАТЫ И ВЕКТОРА» 1-вариант

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

- Даны точки: $A(2; -8; 1)$, $B(-7; 10; -8)$, $C(-8; 0; -10)$, $D(-9; 8; 7)$. Найдите:
 - угол между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{CD} ;
 - расстояние между серединами отрезков AB и CD .
- Даны векторы \vec{a} и \vec{b} : $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = \sqrt{2}$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ$. Найдите $|\vec{a} - 2\vec{b}|$.
- В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка K – центр грани $DCC_1 D_1$. Вычислите угол между прямыми: а) BC_1 и AK ; б) $B_1 D$ и $A_1 K$.
- Даны точки $A(-3; 5; -6)$, $B(5; -2; 4)$, $C(0; 4; 3)$, $D(-6; -3; 0)$. Найти:
 - координаты \overrightarrow{AD}
 - расстояние между точками B и D
 - координаты середины M отрезка AB
 - $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$
 - угол между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{CD}
 - угол между прямыми AD и BC
 - $(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}) \cdot \overrightarrow{CB}$
 - коллинеарны ли векторы \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{CD} ? (ответ обосновать)

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

9. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, в котором $AA_1 = AB = BC = 2$. Вычислите косинус угла между векторами $\overrightarrow{AD_1}$ и $\overrightarrow{AB_1}$.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

10. Даны точки $A(-1; 5; 3)$, $B(7; -1; 3)$, $C(3; -2; 6)$. Доказать, что $\triangle ABC$ – прямоугольный.

2-вариант

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Даны точки: $A(5; 0; 1)$, $B(0; -1; 2)$, $C(3; 0; 1)$, $D(-2; -1; 2)$. Найдите:

- угол между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{CD} ;
- расстояние между серединами отрезков AB и CD .

2. Даны векторы \vec{a} и \vec{b} : $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$. Найдите $|\vec{2a} - \vec{b}|$.

3. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка K – центр грани $ADD_1 A_1$. Вычислите угол между прямыми: а) BB_1 и BK ; б) $A_1 C_1$ и $B_1 K$.

4. Даны точки $A(3; -5; 6)$, $B(-3; 1; -4)$, $C(-4; 0; 3)$, $D(0; -3; -5)$. Найти:

- координаты \overrightarrow{BC}
- расстояние между точками C и D
- координаты середины K отрезка AC
- $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB}$
- угол между векторами \overrightarrow{AC} и \overrightarrow{DB}
- угол между прямыми DC и AB
- $(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{BA}$
- коллинеарны ли векторы \overrightarrow{AC} и \overrightarrow{DB} ? (ответ обосновать)

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

9. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, в котором $AA_1 = AB = BC = 3$. Вычислите косинус угла между векторами $\overrightarrow{D_1 A}$ и $\overrightarrow{D_1 C}$.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

10. Даны точки $A(-1; 5; 3)$, $B(-1; 3; 9)$, $C(3; -2; 6)$. Доказать, что $\triangle ABC$ – прямоугольный.

**ПЗ № 20 «ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРАЛОВ К ВЫЧИСЛЕНИЮ
ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН И площадей»**

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Для функции $g(x)$ найдите общий вид её первообразных $G(x)$:

а) $g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$;

б) $g(x) = \frac{5}{\cos^2 x} - 3 \sin x$

в) $g(x) = \sqrt{x}$

г) $g(x) = \left(\frac{x}{2} + 4\right)^3$

2. Дана функция $f(x) = 2x - 1$. Найдите её первообразную $F(x)$, если $F(2) = 0,5$.

3. Вычислите: а) $\int_1^3 (4x - x^2) dx$; б) $\int_{\frac{5\pi}{3}}^{\frac{3\pi}{2}} \cos 0,5x dx$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = \sin x$, $x = \frac{\pi}{2}$ и $y = 0$.

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 + 4$ и $y = 2 - x$.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

6. Вычислите определенный интеграл:

а) $\int_1^2 \frac{4x^5 - 3x^4 x^3 - 1}{x^2} dx$; б) $\int_{-2}^{-1} \frac{5x^7 - 4x^6 + 2x}{x^3} dx$;

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

7. Вычислите определенный интеграл:

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\cos^2 \left(x + \frac{\pi}{3} \right) - \sin^2 \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \right) dx$$

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6 «НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО
АНАЛИЗА»**

1-вариант

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Проверьте выполняется ли равенство $F'(x) = f(x)$

а) $f(x) = x^2 - \sin x$; б) $f(x) = 4 - \frac{2}{x^3}$;

в) $f(x) = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x - 2 \cos \frac{x}{2}$.

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 1 - \sin 2x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \pi$;

3. Вычислите интегралы

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx$$

$$\int_1^4 (x^2 - 6x + 9) dx,$$

$$\int_2^3 \frac{x^6 - 4x^3 + 7x^2 - 1}{x^2} dx;$$

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной параболой $y = 2x - x^2$, касательной к ней в точке $x = 1$ и осью y .

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

5. Для функции $f(x)$ найдите первообразную, график которой проходит через точку A : $f(x) = (x - 8)^3$, $A(8; 1)$.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

6. Найдите значение выражения $2S$, если S - площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 1$ и $y + x = 3$.

2-вариант

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Проверьте, выполняется ли равенство $F'(x) = f(x)$

а) $f(x) = x^3 + \sin x$; б) $f(x) = 5 + \frac{1}{x}$;

в) $f(x) = 2 \sin x \cdot \cos x - \frac{3}{x^2}$.

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

в) $y = 2 - 2 \sin x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$,

3. Вычислите интегралы

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x dx$$

$$\int_{-5}^1 (x^2 + 8x + 16) dx$$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{3x^6 - 4x^5 - 7x^4 + 3x^2}{x^4} dx;$$

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной параболой $y = 2x^2 - 6x$, касательной к ней в точке $x = 1,5$ и осью y .

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

5. Для функции $f(x)$ найдите первообразную, график которой проходит через точку A : $f(x) = (x - 3)^3$, $A(3; 2)$;

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

6. Найдите значение выражения $6S$, если S - площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 2x + 1$ и графиком её производной.

ПЗ № 21 «Применение математических методов для решения содержательных задач»

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

Решить задачи.

1. Морская вода содержит 5% соли по массе. Сколько пресной воды нужно добавить к 20 кг морской воды, чтобы концентрация содержания соли составила 1,5 %?

2. Смешали 30-%ный раствор кислоты с 10-%ным и получили 800 г 15-%ного раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

3. Бригада рабочих должна была к определенному сроку изготовить 272 детали. Через 10 дней после начала работы бригада стала перевыполнять дневную норму на 4 детали и уже за один день до срока изготовила 282 детали. Сколько деталей в день должна была изготавливать бригада по плану?

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

4. Выработка продукции за год предприятия возросла на 4%, за следующий год она увеличилась на 8%. На сколько процентов выросла выработка продукции в конце второго года по сравнению с началом первого?

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7 « УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА» 1-вариант

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения

$$\left(\frac{1}{27}\right)^{0,5x-1} = 9.$$

2. Найти все решения уравнения $3 \sin x + 1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} + 3$.

3. Решите неравенство: $\frac{(x-5)(x+4)}{2+x} \geq 0$.
4. Укажите область определения функции: $y = \sqrt{\log_{0,5}(0,2x+6)} + 3$.
5. Найдите корень уравнения: $x - \sqrt{2x^2 - 14x + 21} = 4$.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

6. Пусть $(x_0; y_0)$ – решение системы уравнений

$$\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 576, \\ \log_{\sqrt{2}}(y-x) = 4. \end{cases} \quad \text{Найдите } x_0 + y_0.$$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

7. Решите уравнение $32^{x+3} \cdot 3^{3x+1} \cdot 625^{x+2} = 600^{x+7}$.

2-вариант

ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «3»

1. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения

$$\left(\frac{1}{125}\right)^{0,2x+1} = 25.$$

2. Решите уравнение: $3 \cos x - \sin 2x = 0$.

3. Решите неравенство: $\frac{3x+6}{(2-x)(x+3)} \geq 0$.

4. Укажите область определения функции: $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(0,3x+1)} + 1$.

5. Найдите корень уравнения: $\sqrt{x^2 + 2x + 10} = 2x - 1$.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «4»

8. Пусть $(x_0; y_0)$ – решение системы уравнений

$$\begin{cases} 10^{1+\lg(x+y)} = 50, \\ \lg(x+y) + \lg(x-y) = 2 - \lg 5. \end{cases} \quad \text{Найдите } x_0 + y_0.$$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ «5»

7. Решите уравнение $\sqrt{(2 \sin 3x - 3)^2 + \sin^2 3x} - 8 \sin 3x + 16 = 7$.

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

№ п.п.	Содержание изменения	Дата, номер протокола заседания педагогического совета
1	2	3
1	Внесены изменения в перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы.	решение от 27.08.2020 №7
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		